

Prof. Dr. Alfred Toth

## Vollständige diamondtheoretische Kreisfunktionen

1. Diamonds sind algebraische Strukturen, die aus einer Kategorie und einer sog. Saltatorie bestehen (vgl. Kaehr 2007). Während die Abbildungen bei Kategorien Morphismen sind, sind sie bei Saltatorien Heteromorphismen. Vgl. als Beispiel die ternären Relationen  $R = (x, y, z)$  und  $R^{-1} = (z, y, x)$

$$\begin{array}{ccc} y & \leftarrow & x \\ | & & | \\ x & \rightarrow & y \circ x \rightarrow z \end{array} \quad \begin{array}{ccc} y & \leftarrow & z \\ | & & | \\ z & \rightarrow & y \circ z \rightarrow x \end{array}$$

2. Nun wurde in Toth (2025a) gezeigt, daß es, läßt man die Vertauschung von Objekten und Pfeilen in Kategorien separat zu, vier und nicht bloß zwei Möglichkeiten gibt, die Kategorie  $K = (x, y, \text{Pfeil})$  darzustellen

$$\begin{array}{cc} (x \rightarrow y) & (x \leftarrow y) \\ (y \rightarrow x) & (y \leftarrow x) \end{array}$$

„Regulär“ sind dabei nur die die beiden oberen Abbildungen.  $(y \leftarrow x)$ , d.h. der Heteromorphismus, ist sozusagen „Vorwärts durch Rückwärts“, und  $(y \rightarrow x)$  ist „Rückwärts durch Vorwärts“. Dagegen ist  $(x \rightarrow y)$  semiotisch eine einfache Semiose, und  $(x \leftarrow y)$  ist eine Retrosemiose (vgl. Bense 1975, S. 109 ff.).

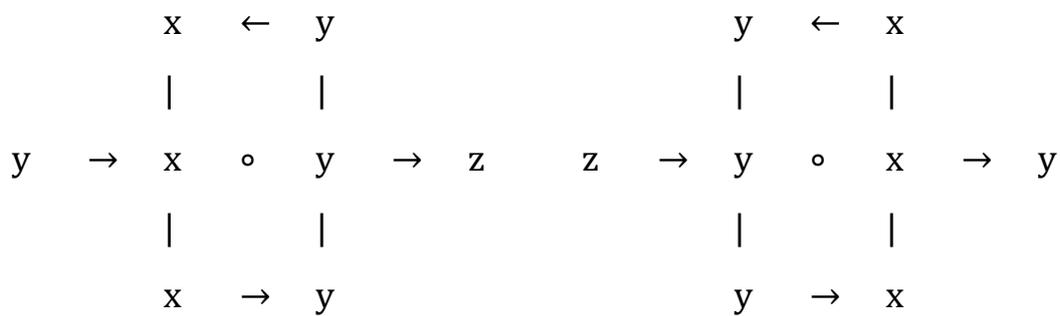
3. Bereits in Toth (2025b) wurden jedoch die kaehrschen Diamonds als Kreisfunktionen konstruiert, indem die Heteromorphismen um dieselben Objekte, aber mit umgekehrter Pfeilrichtung, ergänzt wurden:

$$\begin{array}{ccc} y & \leftarrow & x \\ | & & | \\ x & \rightarrow & y \circ x \rightarrow z \\ | & & | \\ y & \rightarrow & x \end{array} \quad \begin{array}{ccc} y & \leftarrow & z \\ | & & | \\ z & \rightarrow & y \circ z \rightarrow x \\ | & & | \\ y & \rightarrow & z \end{array}$$

Damit haben wir aber erst die im folgenden fett gedruckten Abbildungen erfaßt:

$$\begin{array}{cc} (x \rightarrow y) & (x \leftarrow y) \\ \mathbf{(y \rightarrow x)} & \mathbf{(y \leftarrow x)}, \end{array}$$

d.h. die beiden nichtregulären Abbildungen. Um auch die beiden anderen Abbildungen in Diamonds einzubauen, ist es nötig, die Ordnung der Objekte im oberen rechten (konversen) Diamond anzupassen.



Wir benötigen also zwei Diamonds, um alle vier möglichen Abbildungen mit sowohl vertauschbaren Objekten als auch vertauschbaren Pfeilen algebraisch darzustellen und um vollständige Kreisfunktionen zu erhalten.

#### Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

Toth, Alfred, Substitution von Morphismen und Heteromorphismen durch PC- und CP-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Diamondtheoretische Kreisfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

14.5.2025